**1.1 НАХОЖДЕНИЕ ЭКСТРЕМУМОВ ФМП**

Задачу оптимизации можно сформулировать как нахождение переменных , удовлетворяющих системе уравнений

  (1)

и обращающих в максимум (минимум) целевую функцию

  (2)

Будем полагать, что функция  дважды дифференцируема в точке  и в некоторой ее окрестности. Если для всех точек  этой окрестности  или , то говорят, что функция  имеет экстремум в  (соответственно максимум или минимум).

Точка , в которой все частные производные функции  равны 0, называется стационарной точкой.

Необходимое условие экстремума. Если в точке  функция  имеет экстремум, то частные производные функции в этой точке равны нулю:



Следовательно, точки экстремумы функции  удовлетворяют системе уравнений:



Для получения достаточных условий в стационарной точке следует определить знак дифференциал второго порядка. Дифференциал второго порядка обозначается  и равен сумме произведений частных производных второго порядка.

Достаточные условия экстремума:

1. в стационарной точке  функция  имеет максимум, если , и минимум, если , при любых  и  ( в этих случаях ), не обращаются в нуль одновременно;

2. если  может принимать в зависимости от  и  и положительные, и отрицательные значения, то в точке  экстремума нет;

3. если  может обращаться в нуль не только при нулевых приращениях  и , то вопрос об экстремуме остается открытым.

**Пример 1**. Исследовать на экстремум функцию



Решение. Находим частные производные:



Приравниваем частные производные к нулю:



Решаем систему уравнений. Вычитая из первого уравнения второе, получим , поэтому , и из первого уравнения найдем , откуда  или .

Имеем три стационарные точки .

Найдем вторые частные производные:



Вычисляем значения вторых частных производных в каждой стационарной точке, составляем определитель  и применяем достаточные условия экстремума.

В точке 



Вопрос об экстремуме остается открытым (такая точка называется седловой).

В точке (а также и в точке ):



Функция в этих точках имеет минимум, так как 